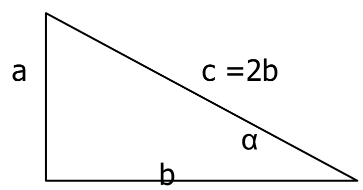
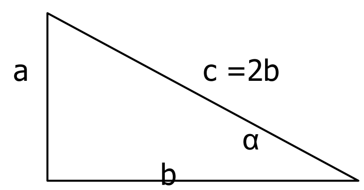
Mazowiecki Kurator Oświaty
Al. Jerozolimskie 32, 00-024 Warszawa

MSCDN

PRZYKŁADOWE ROZWIĄZANIA ZADAŃ

*sprawdzianu z matematyki **„Połowa drogi"** dla uczniów klas drugich szkół **ponadgimnazjalnych*** **15.04.2010**

Zad.	Czynności ucznia:	Punkty	Szkice rozwiązań grupa A	Szkice rozwiązań grupa B
1.	• Zamienia jednostki prędkości.	1	D	C
2.	• Zamienia ułamek zwykły na procenty.	1	C	B
3.	• Odczytuje zbiór wartości funkcji liniowej.	1	C	C
4.	• Podaje sumę odległości wierzchołka paraboli od osi układu współrzędnych.	1	D	D
5.	• Odczytuje y_w ze wzoru funkcji kwadratowej $f(x)=ax^2+c$.	1	D	D
6.	• Odczytuje dziedzinę funkcji wymiernej.	1	C	C
7.	• Podany przykładowy wielomian jest stopnia 4. • Podany przykładowy wielomian ma wymagane pierwiastki.	1 1	$x^2(x-1)(x+2)$	$x^2(x+1)(x-2)$

8.	• Analiza treści zadania (np. rysunek). • Porównanie pól prostokątów. • Podanie odpowiedzi (w %)	1 1 1	P=*ab* $P_1=0,7a \cdot 0,7b$ $=0,49 \cdot ab = 0,49 \cdot P$ Pole zmniejszy się o 51%.	P=*ab* $P_1=0,6a \cdot 0,6b$ $=0,36 \cdot ab = 0,36 \cdot P$ Pole zmniejszy się o 64%.
9.	• Analiza treści zadania (np. opis lub rysunek) – zastosowanie podanego stosunku boków do określenia wartości funkcji trygonometrycznej określonego kąta ostrego. • Wyznaczenie miar kątów ostrych. • Obliczenie długości pozostałych boków trójkąta (np. przez zastosowanie tw. Pitagorasa. • Podanie długości boków z określoną dokładnością.	1 1 1 1	**KĄTY:** $\frac{c}{b}=\frac{2}{1} \Rightarrow c=2b$ Trójkąt prostokątny, c=2b, więc kąty: 90º, 30º, 60º; *lub:* $\cos\alpha=\frac{b}{2b}=\frac{1}{2} \Rightarrow \alpha=60°$  **BOKI:** *a* = 8 $\frac{c}{b}=\frac{2}{1} \Rightarrow c=2b$ $64+b^2=4b^2$ $64=3b^2$ $b^2=\frac{64}{3}$ $b=\frac{8\sqrt{3}}{3} \approx \frac{13,856}{3}=4,618 \approx 4,62$ $c=\frac{16\sqrt{3}}{3} \approx \frac{27,712}{3}=9,237 \approx 9,24$	**KĄTY:** $\frac{b}{c}=\frac{1}{2} \Rightarrow c=2b$ Trójkąt prostokątny, c=2b, więc kąty: 90º, 30º, 60º; *lub:* $\cos\alpha=\frac{b}{2b}=\frac{1}{2} \Rightarrow \alpha=60°$  **BOKI:** *a*=10 $\frac{b}{c}=\frac{1}{2} \Rightarrow c=2b$ $100+b^2=4b^2$ $100=3b^2$ $b^2=\frac{100}{3}$ $b=\frac{10\sqrt{3}}{3} \approx \frac{17,32}{3}=5,77 \approx 5,8$ $c=\frac{20\sqrt{3}}{3} \approx \frac{34,64}{3}=11,54 \approx 11,5$

10.	• Analiza treści zadania – opis w postaci układu równań. • Doprowadzenie układu równań do równana kwadratowego z jedną niewiadomą. • Rozwiązanie wyznaczonego równania i wybranie odpowiedzi spełniającej warunki zadania. • Podanie odpowiedzi – określenie czasu przejazdu po modyfikacji linii.	1 1 1 1	<u>na początku:</u> prędkość – v czas – t>0 droga – 200 <u>po modernizacji:</u> prędkość – (v+10) czas – (t-1) droga – 200 $\begin{cases} v = \frac{200}{t} \\ 200 = (v+10)(t-1) \\ v > 0, t > 0 \end{cases}$ $\begin{cases} t^2 - t - 20 = 0 \\ v = \frac{200}{t} \end{cases}$ $\begin{cases} t_1 = -4 \notin D \end{cases}$ lub $\begin{cases} t_2 = 5 \\ v = 40 \end{cases}$ Odp. Po modernizacji pociąg przejeżdża trasę w ciągu 4 godzin.	<u>na początku:</u> prędkość – v czas – t>0 droga – 400 <u>po modernizacji:</u> prędkość – (v+20) czas – (t-1) droga – 400 $\begin{cases} v = \frac{400}{t} \\ 400 = (v+20)(t-1) \\ v > 0, t > 0 \end{cases}$ $\begin{cases} t^2 - t - 20 = 0 \\ v = \frac{400}{t} \end{cases}$ $\begin{cases} t_1 = -4 \notin D \end{cases}$ lub $\begin{cases} t_2 = 5 \\ v = 80 \end{cases}$ Odp. Po modernizacji pociąg przejeżdża trasę w ciągu 4 godzin.
11.	• Wyznacza przykładowe modele trójkąta – długość trzeciego boku trójkąta wyraża się kolejnymi liczbami naturalnymi. • Sprawdza warunki spełnione przez długości boków trójkąta (suma długości dwóch boków musi być większa od długości trzeciego boku). • Określa warunek spełniony przez obwód trójkąta.	1 1 1	a=2 b=5 $b-a < c < a+b$ $3 < c < 7$ więc c może być równe 4, 5, 6. Obwód trójkąta może przyjmować wartości: 11, 12, 13.	a=2 b=6 $b-a < c < a+b$ $4 < c < 8$ więc c może być równe 5, 6, 7 Obwód trójkąta może przyjmować wartości: 13, 14, 15.

<table>
<tr>
<td rowspan="4">12.</td>
<td rowspan="4">• Budowa modelu: najpierw dodatek.
• Budowa modelu: najpierw rabat.
• Uogólnienie i wniosek.</td>
<td rowspan="4">1
1

1</td>
<td colspan="2">I. Rozumowanie przy zał., że pierwsza zmiana ceny dotyczy ceny katalogowej, a druga – ustalonej należności.</td>
</tr>
<tr>
<td>Cena katalogowa – x

<u>Model I:</u>
1,2x · 0,75 = 1,2 · 0,75 x

<u>Model II:</u>
0,75x · 1,2 = 0,75 · 1,2 x
Wniosek – mnożenie jest przemienne, kolejność operacji nie ma znaczenia.</td>
<td>Cena katalogowa – x

<u>Model I:</u>
1,25x · 0,6 = 1,25 · 0,6 x

<u>Model II:</u>
0,6x · 1,25 = 0,6 · 1,25 x
Wniosek – mnożenie jest przemienne, kolejność operacji nie ma znaczenia.</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">II. Rozumowanie przy zał.:
w grupie A – wysokość dodatku ustala się od ceny katalogowej, a rabat – od ustalonej należności;
w grupie B – wysokość rabatu ustala się od ceny katalogowej, a dodatek – od ustalonej należności.</td>
</tr>
<tr>
<td>x – cena katalogowa
Model I.
1,2x·0,75=0,9x
Model II.
0,75x+0,2x=0,95x
Odp. I model</td>
<td>x – cena katalogowa
Model I.
1,25x·0,6=0,75x
Model II.
0,6x+0,25x=0,85x
Odp. I model</td>
</tr>
</table>

Dopuszcza się rozwiązania zadań innymi metodami przy zachowaniu określonej liczby punktów.